

## Primzahlen – Primfaktorzerlegung :

An dieser Stelle werde ich die meisten Zusammenhänge aufzeigen, welche mir im Laufe der Zeit bewusst wurden.

Bemerkung:

Da ich das Wurzelzeichen leider nicht korrekt angezeigt bekomme, werde ich stattdessen  $x^{(1/2)}$  verwenden.

(- Denn Quadratwurzel aus 16 =  $16^{(1/2)}$ . = 4)

---

### Primfaktordarstellung:

Sehr schnell gelangte ich zu der Erkenntnis, dass Primfaktoren UND Primzahlen etwas Grundlegendes mit den **Quadratzahlen** zu tun haben müssen. Darum ein kurzer Schwenk zu den Quadratzahlen.

### Quadratzahlen:

Quadratzahlen lassen sich folgendermaßen darstellen:

1+3+5+7+9+11+13.....

- Die Kette beginnt also immer bei 1 und wird um +2 erhöht!!
- So ist z.B.:  $16 = 1+3+5+7$
- Und  $36 = 1+3+5+7+9+11$

Die letzte (= größte) Zahl in der Kette lässt sich berechnen.

Bei  $x=36$  ist der letzte Wert 11 gewesen. (siehe oben)

Es gilt "letzter Wert" =  $(2 * (x^{(1/2)})) - 1$

(- Also das doppelte der Wurzel aus X Minus 1. )

## Primfaktordarstellung:

2 Primzahlen multipliziert :  $3 * 13 = 39$

Gegeben sei also die Zahl 39

Nun gilt aber außer  $3 * 13 = 39$  , auch  $(8^2 - 5^2) = 39$  !!

- Sei der größere Teiler (13) = T\_groß
- Der kleinere Teiler (3) = T\_klein
- Die größere (8) Quadratzahl = Q\_groß
- Und die kleinere (5) Quadratzahl = Q\_klein

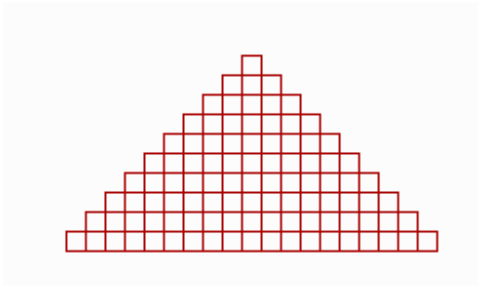
Dann gilt:  $Q_{\text{klein}} = (T_{\text{groß}} - T_{\text{klein}}) / 2$

$$T_{\text{groß}} = Q_{\text{groß}} + Q_{\text{klein}}$$

$$T_{\text{klein}} = Q_{\text{groß}} - Q_{\text{klein}},$$

usw.....

Warum dies alles so funktioniert, werde ich anhand dieses Dreiecks verständlich machen.



Man sieht dieses Dreieck erfüllt die Quadratzahlenform

$$1+3+5+7+9+11+\dots\dots\dots$$

- Da jede Horizontale um +2 erhöht wird.

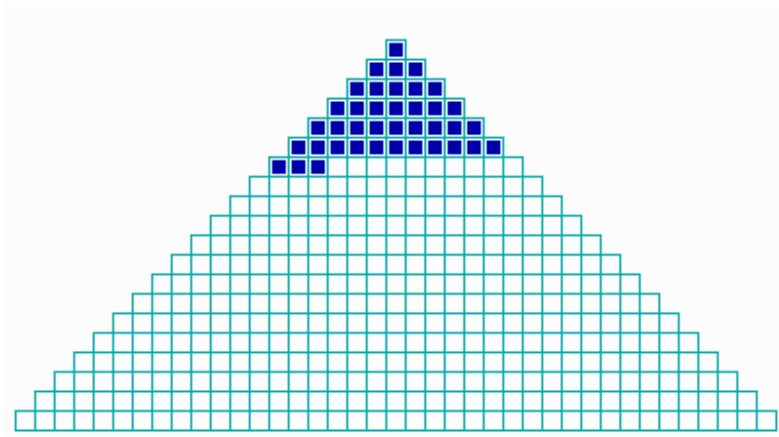
Hier sieht man auch sehr deutlich, dass eine Quadratzahl , genau die Höhe

(von oben nach unten) zum Quadrat beträgt.

Die Anzahl der Kästchen pro Horizontalen beträgt  $(2 * \text{Höhe}) - 1$ .

Wobei auch hier wieder die Höhe von oben nach unten gilt !

**Der Primfaktor 39 wird in dieses Dreieck “gefüllt“ :**  
( Mit der Schwerkraft nach oben ;- )



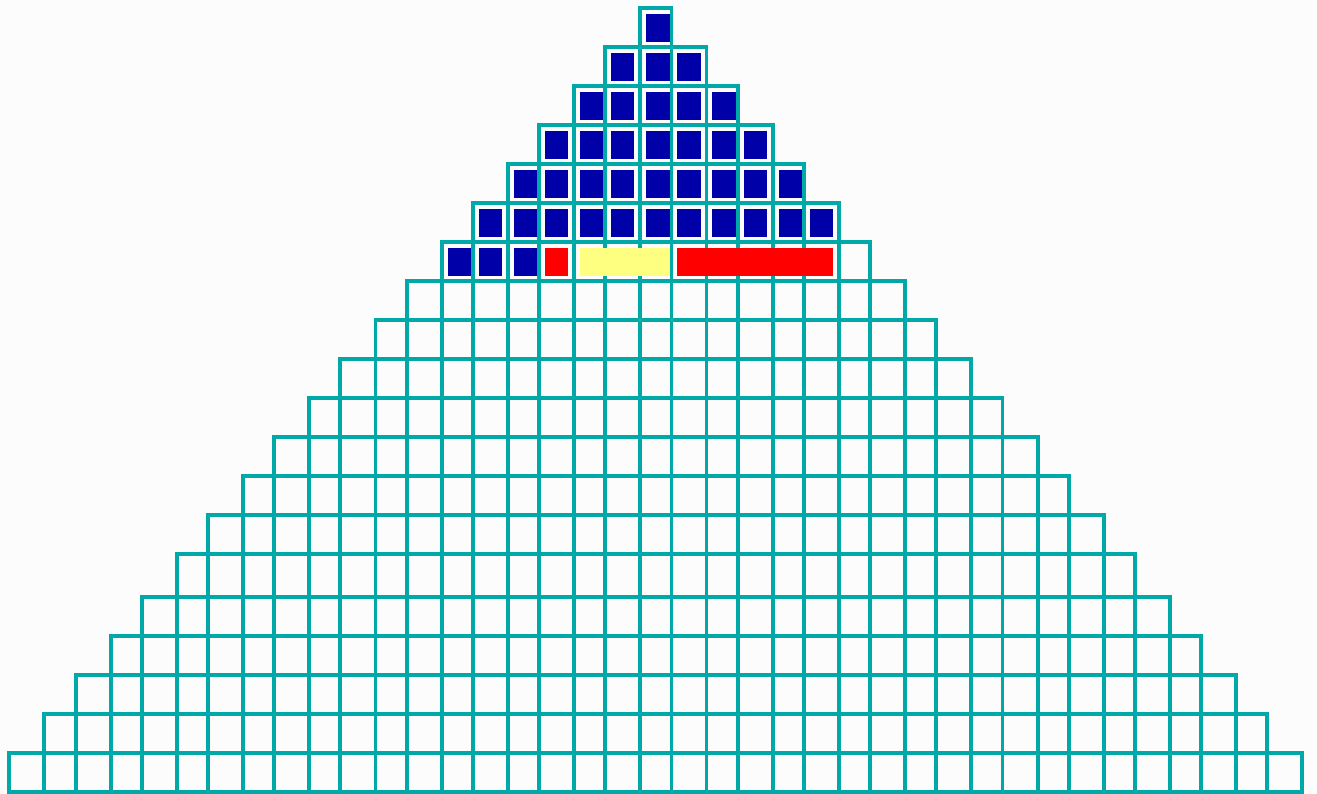
- Dies bedeutet demnach  $39 = (6^2) + 3$
- Die 6 steht für die Höhe der Horizontalen von oben nach unten.
- + 3 ist der Rest ,welcher übrig geblieben ist. ( Von der größtmöglichen Quadratzahl zur 39 )

Da ja allgemein gilt :  $\text{Primfaktor} = (X^2) - (Y^2)$

Gilt es nun mit der Auffüllung fortzufahren, und zwar solange bis

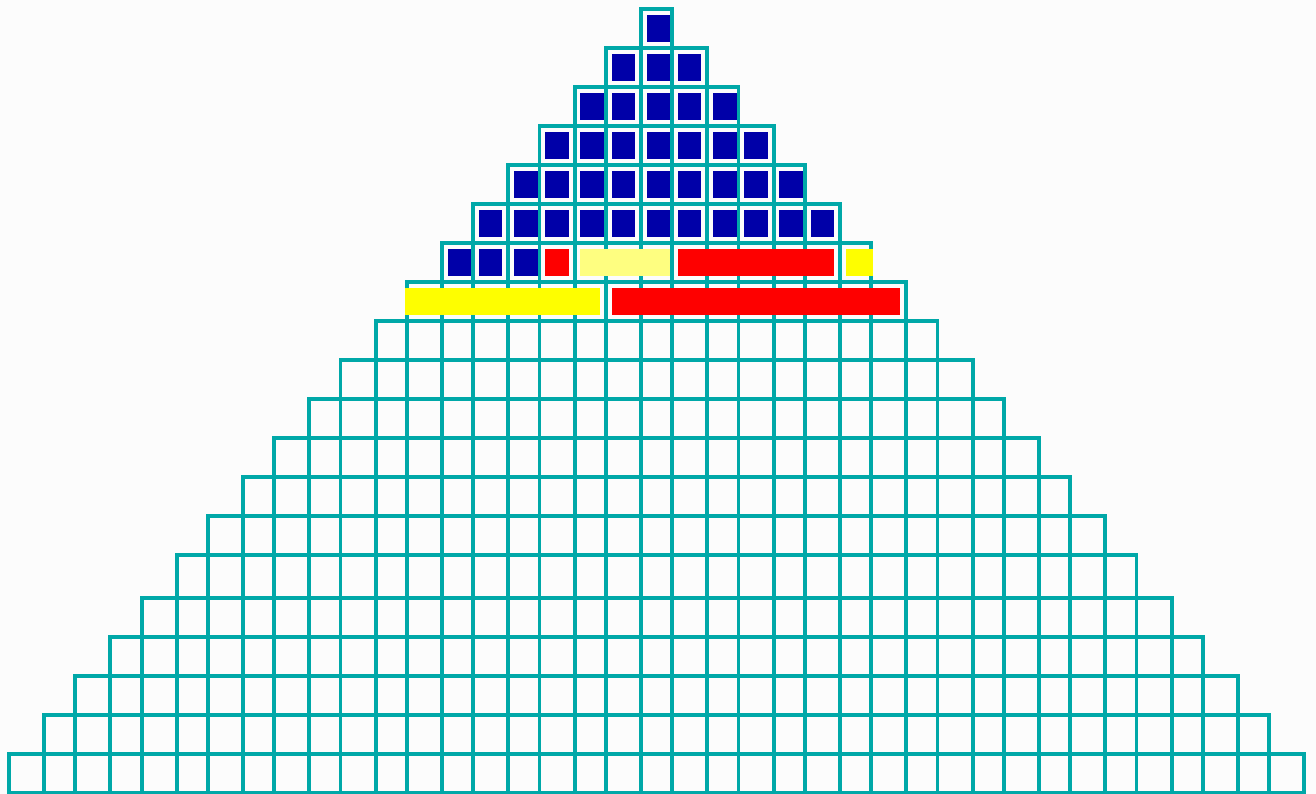
Die letzte Reihe ganz aufgefüllt ist !!!! ( Kein Rest übrig bleibt)

Und da die Auffüllung eine Quadratzahl sein muß, beträgt die  
Auffüllung folgende Form :  $+1+3+5+7+9+\dots\dots$



Zur besseren Darstellung habe ich zur Auffüllung abwechselnd die Farben rot und gelb verwendet.

- $1+3+5$  wurde also vorgenommen,
- man sieht aber, dass die letzte Horizontale den Rest 1 aufweist.
- Also, muß man mit der Auffüllung fortfahren :
-



- **Jetzt ist die Auffüllung beendet, denn die letzte Horizontale ist ganz besetzt.**
- **Zur Auffüllung wurde verwendet : +1 +3 +5 +7 +9**  
**Aus diesen Informationen kann man die Teiler berechnen.**  
**Also  $1+3+5+7+9 = 25 = (5 \wedge 2)$**   
**Die Höhe des ganzen Dreieckes beträgt  $h = 8$ .**

**Also gilt  $(h \wedge 2) - (5 \wedge 2) = 39$**

**Und die Teiler demnach:**

**Teiler1 =  $h + 5 = 13$**

**Teiler2 =  $h - 5 = 3$**

- **Würde man berechnen können wieviel man zum auffüllen braucht, dann**
- **wäre man auch in der Lage jeden beliebigen Primfaktor zu zerlegen !!!!!**

## TABELLENDARSTELLUNG:

Wie die einzelnen Zahlen miteinander verflochten sind, zeigt die unten aufgeführte Tabelle.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	3	8	15	24	35	48	63	80	99	120	143	168	195	224	255	288	323	360
		5	12	21	32	45	60	77	96	117	140	165	192	221	252	285	320	357
			7	16	27	40	55	72	91	112	135	160	187	216	247	280	315	352
				9	20	33	48	65	84	105	128	153	180	209	240	273	308	345
					11	24	39	56	75	96	119	144	171	200	231	264	299	336
						13	28	45	64	85	108	133	160	189	220	253	288	325
							15	32	51	72	95	120	147	176	207	240	275	312
								17	36	57	80	105	132	161	192	225	260	297
									19	40	63	88	115	144	175	208	243	280
										21	44	69	96	125	156	189	224	261
											23	48	75	104	135	168	203	240
												25	52	81	112	145	180	217
													27	56	87	120	155	192
														29	60	93	128	165
															31	64	99	136
																33	68	105
																	35	72
																		37

### Als erstes die exakte Berechnung einer Zelle :

$$\text{ZellenWert} = (x^2) - (y^2)$$

- Wobei x bei 1 anfängt, aber y bei Null !!!
- Zellenwerte  $\leq 0$  werden nicht eingetragen.

Bsp.: Die Zelle mit dem Wert 35 liegt also auf der Pos. X=6 und Y=1 . ( Pos (6/1))

$$\text{Berechnet : } (6^2) - (1^2) = 35.$$

**P.S.:** Die Tabelle kann man natürlich vergrößern, sie ist nicht auf einem kleinen Zahlenbereich beschränkt !!!! – Die nachfolgenden Gesetze gelten immer.

## Die Besonderheiten der Tabelle:

The table is a triangular grid of numbers. The horizontal axis is labeled 'X' with an arrow pointing right. The vertical axis is labeled 'Y' with an arrow pointing down. A diagonal line runs from the top-right to the bottom-left. The numbers in the table are as follows:

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	3	8	15	24	35	48	63	80	99	120	143	168	195	224	255	288	323	360
		5	12	21	32	45	60	77	96	117	140	165	192	221	252	285	320	357
			7	16	27	40	55	72	91	112	135	160	187	216	247	280	315	352
				9	20	33	48	65	84	105	128	153	180	209	240	273	308	345
					11	24	39	56	75	96	119	144	171	200	231	264	299	336
						13	28	45	64	85	108	133	160	189	220	253	288	325
							15	32	51	72	95	120	147	176	207	240	275	312
								17	36	57	80	105	132	161	192	225	260	297
									19	40	63	88	115	144	175	208	243	280
										21	44	69	96	125	156	189	224	261
											23	48	75	104	135	168	203	240
												25	52	81	112	145	180	217
													27	56	87	120	155	192
														29	60	93	128	165
															31	64	99	136
																33	68	105
																	35	72
																		37

**Die Teiler einer Zahl befinden sich in der letzten Zelle diagonal nach links-unten und diagonal nach links oben !!!**

**Wobei man bei der letzten Zelle diagonal links oben noch die Wurzel ziehen muß.**

**Als Beispiel wurde oben der Primfaktor 253 gewählt.**

**Seine Teiler lauten demnach 23 und  $121^{(1/2)}$ .**

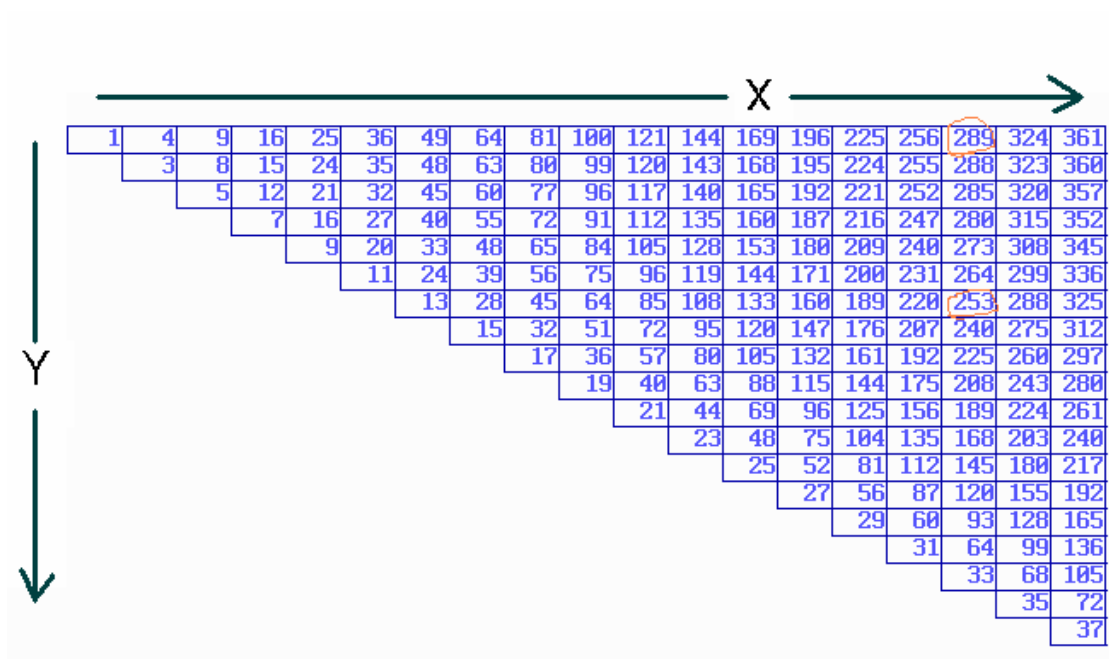
**$23 * 11 = 253$  !!!!**

**- Dieses System gilt für ALLE Primfaktoren !!**

**Nun gilt aber auch, wie bereits vorher gezeigt, dass 253 nicht nur  $23 * 11$  sondern auch  $(17^2) - (6^2)$  ist !!!!**

**Und diese beiden Quadratzahlen sind auch in der Tabelle enthalten.**

(Siehe nächstes Bild)



**Der Primfaktor 253 steht auf der X-Koordinate 17.**

**Der Zahlenwert ganz oben in der Spalte beträgt also  $(17^2) = 289$**

**Also berechnet man bloß die Differenz:**

$$289 - 253 = 36 = 6^2$$

**- Damit ist gezeigt, dass  $289 = (17^2) - (6^2)$  gilt !!!!**

**Auch dies gilt in der Tabelle für ALLE Primfaktoren.**



### Noch eine kleine Besonderheit zu den Primfaktoren:

Wie bereits vorher erklärt, lassen sich Quadratzahlen in der Form  $1+3+5+7+9+\dots$  angeben.

Bei den Primfaktoren ist dies auch der Fall, bloß dass die Kette NICHT bei 1, sondern bei einem anderen Wert anfängt.  
Der Anfangswert ist von Primfaktor zu Primfaktor unterschiedlich.

- Wenn man aber eine solche Darstellung für einen Primfaktor gefunden hat, so kann man auch schnell die Teiler bestimmen !!!!

So lautet die Darstellung für die Zahl 253 folgendermaßen:

$$13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29 + 31 + 33 = 253$$

(Die Kettenlänge bei einem Primfaktor ist immer UNGERADE !!!)

Der *kleinere Teiler* ist die *Kettenlänge* selber. (Hier 11)

Der *größere Teiler* ist die *Zahl genau in der Mitte* der Kette. ( Hier 23)

$$11 * 23 = 253$$

Auch dies gilt für ALLE Primfaktoren !!!!!!!

Nun ist es aber schwer herauszufinden an welcher Stelle die Kette anfängt,  
bzw. an welcher Stelle die Kette aufhört, oder wie lang die Kette sein wird.

( Natürlich vorausgesetzt die Teiler bzw. Quadratzahlen sind noch unbekannt)

Aber auch dies kann man in der Tabelle entnehmen.

Denn der letzte Wert einer solchen Kette, steht immer ganz unten in der selben Spalte

In der sich der Primfaktor befindet !

(siehe Bild unten)

X

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	3	8	15	24	35	48	63	80	99	120	143	168	195	224	255	288	323	360
		5	12	21	32	45	60	77	96	117	140	165	192	221	252	285	320	357
			7	16	27	40	55	72	91	112	135	160	187	216	247	280	315	352
				9	20	33	48	65	84	105	128	153	180	209	240	273	308	345
					11	24	39	56	75	96	119	144	171	200	231	264	299	336
						13	28	45	64	85	108	133	160	189	220	253	288	325
							15	32	51	72	95	120	147	176	207	240	275	312
								17	36	57	80	105	132	161	192	225	260	297
									19	40	63	88	115	144	175	208	243	280
										21	44	69	96	125	156	189	224	261
											23	48	75	104	135	168	203	240
												25	52	81	112	145	180	217
													27	56	87	120	155	192
														29	60	93	128	165
															31	64	99	136
																33	68	105
																	35	72
																		37

$13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29 + 31 + 33 = 253$

letz Wert der Kette. In diesem Fall für :  
Zahlen  
289,288,285,280,273,264,253,240,225  
08,189,168,145,120,93,64

## ZUSAMMENFASSUNG:

Obwohl die Tabelle den Anschein macht, dass es nun sehr einfach wäre jeden Primfaktor zu zerlegen, so muß ich sagen dem ist nicht so ! Denn den Standort einer Zelle kann man nicht so ohne weiteres herausfinden. Natürlich gibt es etliche „Optimierungen“, die hier aber zu weit führen würden, (Bsp.: Statistische Analyse der Höhenunterschiede bis zur durchschn. Differenz von 2 ) und ich deswegen außer Betracht ziehe, da sie sehr kompliziert zu erklären sind. Eine einfache Gleichung werde ich aber dennoch kurz aufzeigen:

$$\text{Primfaktor} = (x^2) + (2 * x * k)$$

- Zur Berechnung des X muß man bloß die Mitternachtsformel verwenden,
- wobei vor der Wurzel dann nicht plusminus, sondern bloß addiert wird.
- Und das k wird dabei schrittweise um 1 erhöht .
- Bekommt man für x ein natürliches Ergebnis , dann ist man fertig.

Und wie man sieht, steht das  $x$  dann für den *kleineren Teiler*, und das  $k$  für die *kleinere Quadratzahl*

$$\text{Bsp.: } 253 = (x^2) + (2 * x * k)$$

$$253 = (11^2) + (2 * 11 * 6)$$

$$253 = 253$$

Für diese Primfaktorzerlegung hätte man also ohne Optimierung 6 Schritte benötigt. Was genau die Wurzel aus der kleineren Quadratzahl entspricht.

***Wenn man die obige Methode ein bisschen abwandelt, dann ist auch folgendes möglich:***

Geg. Primfaktor=253

Nun stellt man den Primfaktor durch Addition von 2 Zahlen dar, welche die Differenz untereinander 1 aufweisen.

$$1.) \text{ zahl\_1} = (\text{Primfaktor} + 1) / 2$$

$$\text{zahl\_2} = \text{zahl\_1} - 1$$

Dies ergibt:

$$127 \text{ und } 126 \quad (\text{Die Differenz beträgt } 1) \quad (127+126=253 !!)$$

- Nun erhöht man die linke Zahl jeweils um 1 und gleichzeitig wird die rechte Zahl um 1 erniedrigt. Wenn eine der Zahlen dividiert durch die Differenz untereinander eine natürliche Zahl ergeben, dann ist man fertig. (Wobei man bei der Differenz 1 natürlich die Division ausläßt !!!, also erst beim 2. Schritt anfängt !)

- Weiter unten ausführlich gezeigt:

- 1.) 127 und 126 ( Die Differenz beträgt 1 - es wird NICHT gerechnet)
- 2.) 128 und 125 (Die Differenz beträgt 3)  
 $(128 / 3) = 42.66$  - Keine natürliche !!
- 3.) 129 und 124 (Die Differenz beträgt 5)  
 $(129 / 5) = 25.8$  - Keine Natürliche !!
- 4.) 130 und 123 (Die Differenz beträgt 7 )  
 $(130 / 7) = 18.57$  - Keine Natürliche !!
- 5.) 131 und 122 (Die Differenz beträgt 9)  
 $(131 / 9) = 14.55$  -Keine Natürliche !!
- 6.) 132 und 121 ( Die Differenz beträgt 11)  
 $(132 / 11) = 12$  - **Dies IST eine Natürliche !!!!!**

Also, ist man hier fertig !!!!!

Der erste Teiler ist dann entsprechend die Differenz . (Hier 11)

Den zweiten Teiler bekommt man dann folgendermaßen:

$$(132/11) = 12$$

$$(121/11) = 11$$

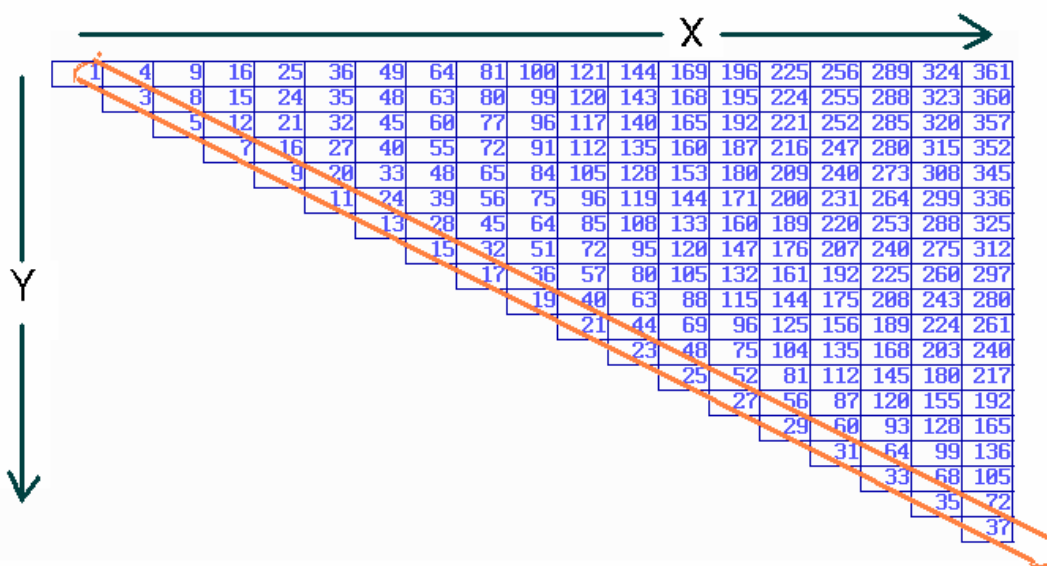
Addition der beiden Ergebnisse:  $12 + 11 = 23$

Also lauten die Teiler der Zahl  $253 = 11 * 23$

Auch hier habe ich noch keinerlei Optimierungen vorgenommen, da sie sonst das Verständnis der Funktionsweise beeinträchtigen würden.

Kommen wir nun aber zur nächsten Besonderheit, für alle Liebhaber der Primzahlen ;-))

Dazu dürfen wir, wie im Bild unten gezeigt, der untersten Diagonalen keine Aufmerksamkeit schenken. Sie wird also außer Betracht gezogen.



Wie bestimmt schon aufgefallen, gilt dann folgendes :

In dieser Tabelle werden NICHT alle Zahlen dargestellt.

Und zwar kommen KEINE PRIMZAHLEN drin vor, und KEINE geraden Zahlen der Form  $y = (2 + 4k)$

Dies kann man sich zunutze machen ,wie beim Sieb von Eratosthenes !!!!

Dabei werden alle vorkommenden und alle geraden Zahlen nicht beachtet.

Der Rest besteht nur noch aus Primzahlen !!!!!

Ich vermute es wird sogar möglich sein, eine genau „spiegelverkehrte“

Tabelle zu entwerfen. ( So wie das Gegenstück von Mal zu Geteilt, Minus zu Plus)

Die Tabelle würde dann vermutlich nur all jene Zahlen beinhalten, welche in dieser jetzigen Tabelle NICHT vorkommen.

So dass dann eine DIREKTE Primzahlerzeugung möglich wäre !!!!!!!!!!!!!

( genauer gesagt eine Erzeugung von Primzahlen UND geraden Zahlen, wobei man gerade Zahlen sofort erkennen würde, so dass dann doch bloß Primzahlen übrig bleiben)