Was sind Zahlen?

von

Karl Gruber

TU Wien Institut für Chemische Technologie und Analytik/EC164
Getreidemarkt 9
A-1060 Wien

Zusammenfassung:

Natürliche Zahlen sind ein Maß für Relationen und Grenzen, die in einer „bevorzugten" spiralförmigen Abfolge dargestellt, ein dreidimensionales Gebilde erzeugen, welches als Modell für ein besseres Verständnis der Struktur von Raum und Zeit herangezogen werden kann.

Einleitung:

Die Frage: „Was sind Zahlen?" ist eine Frage, welche die Philosophie ebenso berührt, wie die Mathematik. Antworten auf diese Frage scheinen auf den ersten Blick trivial, da uns wesentliche Konzepte der Mathematik aus der Schule von Kindesbeinen an vertraut sind. Die häufigste Antwort wird also lauten, dass Zahlen ein Hilfsmittel sind mit dem man Dinge und Sachverhalte des täglichen Lebens und der Natur beschreiben kann. Macht es also Sinn sich dieser Frage zuzuwenden? Wohl nur dann, wenn neue Erkenntnisse eine neue Beantwortung dieser Frage zulassen.
Die hier vorgestellten Ideen stellen das Ergebnis einer mathematisch- philosophischen Überlegung dar, welche versucht, die Frage „was sind Zahlen?" neu zu beantworten.

Zahlen können als ein Prinzip oder eine Idee aufgefasst werden, mit der die in der Natur vorkommenden Sachverhalte und ihre Relationen zueinander beschrieben werden können. Prinzipiell sind die Relationen naturgegeben und nicht die vom Menschen erfundenen Bezeichnungen für diese Relationen. Das Zahlensystem, welches zur Beschreibung der Relationen verwendet wird, ob Dezimal- oder Sexagesimalsystem etc., hat auf die Relationen an sich keinen Einfluß. Die Abfolge der von uns verwendeten natürlichen Zahlen zeigt die Abfolge der natürlichen Relationen. In dieser Abfolge kommen immer wieder „einmalige" Relationen vor die nur durch sich selbst (und 1) mit ganzzahligem Rest teilbar sind. Diese Zahlen- die Primzahlen- haben schon lange einen besonderen Stellenwert in der Mathematik [1]. Primzahlen treten innerhalb der Abfolge der natürlichen Zahlen in einer nicht offensichtlichen bzw. einfach vorhersagbaren Art und Weise auf. Die Tatsache, dass bis heute keine Formel gefunden werden konnte, mit der ausschließlich Primzahlen generiert werden können, legte den Grundstein für die Verwendung von primzahlbasierten Algorithmen in der Kryptographie.

Ein Stolperstein, über den man zu fallen droht, wenn man sich auf die Suche nach neuen Primzahlen macht, ist eine Vorstellung der Abfolge der natürlichen Zahlen entlang eines linearen, geraden Zahlenstrahles. Die Unendlichkeit des Raumes ist gemäß dem Konzept der allgemeinen Relativitätstheorie gekrümmt [2]. Trotzdem stellen wir in unseren mathematischen Konzepten die unendliche Abfolge der natürlichen Zahlen bevorzugt in Form einer Geraden dar.

Zur Beschreibung der Zeit ist dieser Zahlenstrahl offensichtlich gut geeignet. Zur Beschreibung des Raumes leisten drei solcher Zahlenstrahlen im rechten Winkel aufeinander stehend – d.h. als kartesisches Koordinatensystem- wertvolle Hilfe.
Auf diesen Geraden tritt schließlich die Abfolge der Primzahlen mit einer scheinbaren Zufälligkeit auf, die einen zwar einen tieferen Zusammenhang erahnen lässt, der sich jedoch einem verständigen Zugriff ständig entzieht.

Beschreibung

Wird an die Stelle des Zahlenstrahls eine Schraubenlinie gestellt, ergeben die natürlichen Zahlen aneinandergereiht eine dreidimensionale Säule. Die Abfolge der natürlichen Zahlen auf dieser Säule zeigt schlussendlich ein erkennbares Muster der Anordnung der Primzahlen im Raum der natürlichen Zahlen auf. Die Primzahlen, sowie Produkte von Primzahlen mit Primzahlen >3 bilden eine Doppelhelixstruktur auf der Oberfläche der Säule. Es wurden bisher zwei solche Säulen identifiziert. Eine, bei der die Anzahl der hintereinander aufgetragenen natürlichen Zahlen für eine ganze Umrundung der Säule sieben beträgt, und eine bei der die Anzahl fünf beträgt. Interessanterweise ergibt sich so einmal eine rechtsgängige Doppelhelix aus Primzahlen und Produkten von Primzahlen mit P>3 und einmal eine linksgängige Doppelhelix. Die Rechts- und Linksgängigkeit ist in Analogie zu rechts- oder linksgängigen Schrauben gewählt.

Tabelle 1 zeigt die natürlichen Zahlen mit einem Abstand von 7 Zahlen. Grün eingefärbt sind die Primzahlen.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	*11*	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	*33*	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	*44*	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	*55*	56
57	58	59	60	61	62	63
64	65	*66*	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	*88*	89	90	91
92	93	94	95	96	97	98
99	100	101	102	103	104	105
106	107	108	109	*110*	111	112
113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	*132*	133
134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147
148	149	150	151	152	153	154
155	156	157	158	159	160	161
162	163	164	*165*	166	167	168
169	170	171	172	173	174	175
176	177	178	179	180	181	182
183	184	185	186	187	188	189
190	191	192	193	194	195	196
197	198	199	200	201	202	203
204	205	206	207	208	209	210

211	212	213	214	215	216	217
218	219	220	221	222	223	224
225	226	227	228	229	230	*231*
232	233	234	235	236	237	238
239	240	241	242	243	244	245
246	247	248	249	250	251	252
253	254	255	256	257	258	259
260	261	262	263	264	265	266
267	268	269	270	271	272	273
274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287
288	289	290	291	292	293	294
295	296	297	298	299	300	301

Tabelle 1: Verteilungsmuster der Primzahlen in einer Tabelle der natürlichen Zahlen mit 7 Spalten

Färbt man nun in dieser Tabelle weitere Zahlen zusätzlich so ein, dass sich ein zusammenhängendes Muster ergibt, so erhält man Tab.2:
Die Tab. 2 zeigt die natürlichen Zahlen: Grün eingefärbt sind die Primzahlen (außer 2 und 3), gelb eingefärbt sind Produkte aus Primzahlen mit Primzahlen >3. Diese Zahlen werden Fastprimzahlen genannt. In einer ersten Publikation [4] wurden diese Zahlen fälschlicherweise als Pseudoprimzahlen bezeichnet. Die Bezeichnung „Pseudoprimzahlen" besitzt in der Mathematik jedoch schon eine andere Bedeutung. Verbindet man die letzte Zahl der ersten Reihe (7) mit der ersten Zahl der zweiten Reihe (8) und die letzte Zahl der zweiten Reihe (14) mit der ersten der dritten Reihe (15) usf., so ergibt sich eine dreidimensionale „Säule". An der Oberfläche der Säule entlang verläuft eine (rechtsgängige) Doppelhelix aus P und Produkten aus P mit P>3. Die Schnittpunkte dieser Doppelhelix mit einer Senkrechten unter der Zahl 7 ergeben die Produkte aller eingefärbten (auf der Doppelhelix liegenden) Zahlen mit sieben, beginnend mit 5*7=35; 7*7=49; 11*7=77; 13*7=91; etc.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	*11*	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97	98
99	100	101	102	103	104	105
106	107	108	109	110	111	112
113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	*132*	133
134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147

148	149	150	151	152	153	154
155	156	157	158	159	160	161
162	163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174	175
176	177	178	179	180	181	182
183	184	185	186	187	188	189
190	191	192	193	194	195	196
197	198	199	200	201	202	203
204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217
218	219	220	221	222	223	224
225	226	227	228	229	230	*231*
232	233	234	235	236	237	238
239	240	241	242	243	244	245
246	247	248	249	250	251	252
253	254	255	256	257	258	259
260	261	262	263	264	265	266
267	268	269	270	271	272	273
274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287
288	289	290	291	292	293	294
295	296	297	298	299	300	301

Tabelle 2: aufgerollte Struktur der natürlichen Zahlen in Form einer Tabelle mit 7 Spalten

Wählt man nun als Kreisteilung 5 Zahlen und verfährt in analoger Weise wie vorhin, so ergibt sich folgende Tabelle 3 (Säule). Grün eingefärbt sind die Primzahlen (außer 2 und 3) türkis eingefärbt sind die Produkte aus den Primzahlen mit P>3.
Es ergibt sich eine (linksdrehende) Doppelhelix.
Zu beachten ist, dass alle eingefärbten Zahlen unter der 1 auf die Ziffer 1 enden, unter der 2 auf die Ziffer 7, unter der 3 auf die Ziffer 3, unter der 4 auf die Ziffer 9 und unter der 5 auf die Ziffer 5. Analog zur 7er Säule sind alle eingefärbten Zahlen unter der 5 Vielfache der 5 mit allen anderen eingefärbten Zahlen der Doppelspirale, beginnend mit 5*5=25; 5*7=35; 5*11=55; 5*13=65 etc.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60
61	62	63	64	65
66	67	68	69	70
71	72	73	74	75
76	77	78	79	80
81	82	83	84	85
86	87	88	89	90
91	92	93	94	95

96	97	98	99	100
101	102	103	104	105
106	107	108	109	110
111	112	113	114	115
116	117	118	119	120
121	122	123	124	125
126	127	128	129	130
131	132	133	134	135
136	137	138	139	140
141	142	143	144	145
146	147	148	149	150
151	152	153	154	155
156	157	158	159	160
161	162	163	164	165
166	167	168	169	170
171	172	173	174	175
176	177	178	179	180
181	182	183	184	185
186	187	188	189	190
191	192	193	194	195
196	197	198	199	200
201	202	203	204	205
206	207	208	209	210
211	212	213	214	215
216	217	218	219	220
221	222	223	224	225
226	227	228	229	230
231	232	233	234	235
236	237	238	239	240
241	242	243	244	245
246	247	248	249	250
251	252	253	254	255
256	257	258	259	260
261	262	263	264	265
266	267	268	269	270
271	272	273	274	275
276	277	278	279	280
281	282	283	284	285
286	287	288	289	290
291	292	293	294	295
296	297	298	299	300
301	302	303	304	305
306	307	308	309	310
311	312	313	314	315
316	317	318	319	320
321	322	323	324	325
326	327	328	329	330
331	332	333	334	335
336	337	338	339	340

Tabelle 3: aufgerollte Struktur der natürlichen Zahlen in Form einer Tabelle mit 5 Spalten

Es zeigen sich also zwei ausgezeichnete Anordnungen der natürlichen Zahlen entlang zweier Zahlenspiralen mit dem Gangabstand 5 bzw. 7.

Einer Formel für die Berechnung von Primzahlen ist man dadurch noch nicht viel näher, aber man kann zumindest die Produkte von P die entlang der Doppelhelix auftreten berechnen. Betrachtet man die Doppelhelix einer Säule mit Abstand 5 so besteht sie aus einer „oberen“ Helix (1,7,13, 19, 25,…) und einer „unteren“ Helix (5,11,17,23, 29, 35…).
[In Gegensatz dazu besteht die Doppelhelix auf einer Säule mit Gangabstand 7 aus einer „oberen“ Helix bestehend aus 5,11,17,23,29,35,…. und einer „unteren“ Helix bestehend aus 1,7,13,19, 25,….].

Produkte der Primzahl 5 mit anderen eingefärbten Zahlen der Doppelhelix erscheinen nun abwechselnd auf der „oberen“ und „unteren“ Helix.

Als Beispiel sei die Säule mit dem Abstand 7 betrachtet.
Das erste Vielfache der Primzahl 5 (5*5=25) findet sich auf der „unteren“ Spirale. Das zweite Vielfache (5*7=35) befindet sich auf der „oberen“ Spirale. Demgemäß findet sich 5*11=55 auf der unteren und 5*13=65 auf der oberen Helix etc. Die jeweiligen Werte / Positionen lassen sich folgendermaßen berechnen:
Untere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 5}}$ = 7 + 6*3 + n*30 (von n = 0 bis n = unendlich)
Obere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 5}}$ = 5 + 6*5 + n*30 (von n = 0 bis n = unendlich)

Das erste Vielfache der Primzahl 7 (7*5=35) findet sich auf der „oberen“ Spirale, das zweite Vielfache (7*7=49) auf der „unteren“ Spirale etc. Die jeweiligen Werte /Positionen lassen sich folgendermaßen berechnen:
Obere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 7}}$ = 5 + 6*5 + n*42 (von n = 0 bis n = unendlich)
Untere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 7}}$ = 7 + 6*1 + 1*6*6 + n*42 (von n = 0 bis n = unendlich)

Das erste Vielfache der Primzahl 11 (11*5=55) findet sich auf der „unteren“ Spirale, das zweite Vielfache (11*7=77) auf der „oberen“ Spirale etc. Die jeweiligen Werte / Positionen lassen sich folgendermaßen berechnen:
Untere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 11}}$ = 7 + 6*2 + 1*6*6 + n*66 (von n = 0 bis n = unendlich)
Obere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 11}}$ = 5 + 6*1 + n*66 (von n = 1 bis n = unendlich)

Das erste Vielfache der Primzahl 13 (13*5= 65) findet sich auf der „oberen“ Helix, das zweite Vielfache (13*7 = 91) auf der „unteren“ Helix etc. Die jeweiligen Werte / Positionen lassen sich folgendermaßen berechnen:
Obere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 13}}$ = 5 + 6*4 + 1*6*6 + n*78 (von n = 0 bis n = unendlich)
Untere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 13}}$ = 7 + 6*1 + n*78 (von n = 1 bis n = unendlich)

Das erste Vielfache der Primzahl 17 (17*5 = 85) findet sich auf der „unteren“ Helix, das zweite Vielfache (17*7= 119) auf der „oberen“ Helix etc. Die jeweiligen Werte / Positionen lassen sich folgendermaßen berechnen:
Untere Spirale: Produkt $_{\text{Basis 17}}$ = 7 + 6*1 + 2*6*6 + n*102 (von n = 0 bis n = unendlich)
Obere Spirale: Produkt Basis 17 = 5 + 6*2 + n*102 (von n = 1 bis n = unendlich)
Diese Berechnungen lassen sich für alle auf den Spiralen befindlichen Zahlen fortsetzen. Die Abstände der Vielfachen werden mit anwachsender Zahlengröße immer größer. Liegt der Abstand der Vielfachen der Zahl 5 noch bei n*30, so wächst der Abstand mit der Größe der Ausgangszahl naturgemäß an. Bei Vielfachen der Zahl 17 beträgt der Abstand zwischen den Vielfachen schon n*102. Die Reihe 30; 42; 66; 78; 102 läßt sich auch als 30; 30+12; 30+3*12; 30+4*12; 30+6*12; schreiben.

Das Ausrechnen aller Produkte aus Primzahlen, welche auf den Helices liegen, kann als eine Art „umgekehrtes Sieb des Erasthostenes“ betrachtet werden. Echte Primzahlen sind nur diejenigen, welche auf der Doppelhelix liegen (ausgenommen 2 und 3) und nicht als Produkt von davor auftretenden Zahlen dargestellt werden können.

Es zeigen sich in diesen Anordnungen weitere interessante Zusammenhänge: So gruppieren sich die Primzahlen und die P Produkte aus P>3 immer kreuzförmig um Vielfache der Zahl 6.

Die Quersummen der Zahlen in bestimmten „Vorzugs“ Richtungen weisen konstante Abfolgen auf.

Die sich ergebenden Primzahlen bzw. Produkte aus P liegen in der auf 5 basierenden Säule in der größtmöglichen Systematik vor. Die Endziffern der P und Produkte aus P>3, die immer auf einem Kreuzungspunkt der Doppelhelix und einer gedachten senkrechten Linie untereinander liegen enden immer auf eine ganz bestimmte gleich bleibende Ziffer.

Betrachtet man auf der Säule, die durch den Abstand 7 definiert ist eine beliebige Zahl (außer 7 und ihre Vielfachen), so liegt diese Zahl auf einer Spirale mit konstanter Steigung mit Ihren Vielfachen. Betrachtet man 7 und ihre Vielfachen so liegen sie in einer senkrechten Linie untereinander.

Nun mag man diese Gedanken als Zahlenspielerei abtun, jedoch stellen die vorgestellten Spiralen in der Frage „was sind Zahlen?“ einen neuen Aspekt dar. Wenn behauptet wird, natürliche Zahlen sind Grenzen, die Unendlichkeiten voneinander trennen, so kann dies leicht eingesehen werden. Man kann schließlich zwischen beliebige zwei aufeinander folgende natürliche Zahlen z.B. 2 und 3 gedanklich unendlich viele Stellen hinter dem Komma einschieben. Die Unendlichkeit liegt also nicht nur in der Abfolge aller Zahlen hintereinander sondern auch jeweils zwischen den natürlichen Zahlen/Grenzen.

Da nun in der Natur die Abfolge der natürlichen Zahlen, also eins der obersten Prinzipien zur Beschreibung der Natur, offenbar spiralförmig organisiert ist, liegt der Gedanke nahe, dass auch andere in der Natur vorkommenden Sachverhalte mit Unendlichkeitscharakter, wie Raum und Zeit, eine spiralförmige Struktur haben.
Verfolgt man dieses Gedankenexperiment weiter und ordnet jeder natürlichen Zahl einen sie umgebenden zweidimensionalen Raum zu, so ergeben alle zweidimensionalen Räume in spiralförmiger Abfolge zusammen eine dreidimensionale Säule. Verknüpft man nun jede Zahl bzw. jeden zweidimensionalen Raum mit einem Zeitpunkt so erhält man ein Modell für Raum und Zeit bei dem die Zeit entlang der Oberfläche einer dreidimensionalen Säule in eine Vorzugsrichtung fließt. Die Zeit behält ihre eindeutigen drei Zustände Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft, nur wird sie nicht mit einem linearen Vektor beschrieben, sondern als spiralförmige Schraubenlinie welche sich um eine Säule windet.

Diskussion:
Diese neue Sicht auf die Struktur von Raum und Zeit fußt auf der neu entdeckten spiralförmigen Struktur der Relationen und bietet die Möglichkeit, Raum und Zeit aus einem neuen mathematisch-philosophischen Blickwinkel zu betrachten.
Ebenso scheint dieser mathematische Ansatz geeignet, neue Anstöße in Geschichtswissenschaft, Philologie und Religionswissenschaft zu geben.

In weiterer Folge ist ebenso die Frage zu stellen, ob die Codierung der Primzahlen und Fastprimzahlen in Doppelhelixstrukturen mit der biochemischen Codierung der Doppelhelixstruktur unseres Erbgutes [3] in Verbindung steht.

Literatur

[1] http://de.wikipedia.org/wiki/Primzahl

[2] A. Einstein, *Annalen der Physik Folge IV*, **49**, (1916) 769-882

[3] J.D.Watson, F.H.C. Crick, *Nature* **171**, (1953) 737-738

[4] K.Gruber, AT 506178 A1, 17.03.2009